

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**2008/2009-es tanév****első (iskolai) forduló****haladók – II. kategória****Feladatok**

1. Határozzuk meg azokat az egész számokat, amelyekre az $x^2 + 32x + 2264$ polinom helyettesítési értéke egyenlő egy prímszám négyzetével!

2. Tekintsük az $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2008$ összeget! Az összeg tetszőleges számú „+” előjelét „-”-ra változtathatjuk.

a) Bizonyítsuk be, hogy az előjelváltásokkal elérhető a 2008 értékű összeg.

b) Igazoljuk, hogy a 2009 értékű összeg nem állítható elő előjelváltásokkal.

3. A T területű szabályos háromszög oldalaival párhuzamos egyenesek felezik a háromszög területét. A három egyenes által közrefogott háromszög területe t . Melyik két szomszédos egész szám közé esik $\frac{T}{t}$ értéke?

4. Azt mondjuk, hogy egy sorozat *Fibonacci-típusú*, ha tagjai pozitív egészek és a harmadik tagtól kezdve minden eleme az előző kettő összege. Például $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$, vagy $3, 1, 4, 5, 9, 14, \dots$.

Hány olyan Fibonacci-típusú sorozat van, amelynek 8. eleme 2008?

5. Tudjuk, hogy

$$\sqrt{44 - 8} = 6,$$

$$\sqrt{4444 - 88} = 66,$$

$$\sqrt{444444 - 888} = 666.$$

Ha n pozitív egész szám, akkor bizonyítsuk be, hogy az $A = \sqrt{\underbrace{444\dots4}_{2n\text{-szer}} - \underbrace{888\dots8}_{n\text{-szer}}}$ szám természetes szám!