

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2007/2008-as tanév
3. (döntő) forduló
kezdők II. kategória

Feladatok

1. Egy matematika órán a tanár felírt egy pozitív egész számot a táblára. Az egyik diák így szólt: a szám osztható 31-gyel. A második diák azt mondta, hogy a szám osztható 30-cal, a harmadik pedig azt, hogy a szám osztható 29-cel. Ezt a felsorolást addig folytatták a diákok, amíg a harmincadik is megszólalt: a szám osztható 2-vel. A tanár ezek után közölte, hogy a fenti harminc állítás közül csak kettő hamis és a két hamis állítás közvetlenül egymás után hangzott el. Melyik volt a két hamis állítás?

2. Néhány egész szám összege 0. Bizonyítsa be, hogy a számok ötödik hatványainak összege osztható 15-tel!

3. Az ABC háromszögben $AB = AC$. Legyen a B pontnak az AC oldalra vett merőleges vetülete T ! Mekkora a háromszög szögei, ha $AC - 2 \cdot CT = BC$?